

Pemecahan masalah melalui pemodelan matematika dalam aplikasi kalkulus integral

Lusiana¹

¹Dosen PNSD pada FKIP Universitas PGRI Palembang, Palembang, Sumatera Selatan, Indonesia

* email: luu.sii.ana@gmail.com

Abstrak. Pemodelan matematika merupakan proses untuk memperoleh model dari suatu masalah, yang mana merupakan salah satu tahapan yang di butuhkan dalam pemecahan masalah matematika. Model matematika memiliki kegunaan diantaranya dapat mendeskripsikan masalah menjadi pusat perhatian, sebagai awal perencanaan dalam pembuatan kebijakan ataupun keputusan. Pada Aplikasi Kalkulus integral banyak permasalahan atau pun pembahasan yang berhubungan dengan konteks keseharian si pembelajar dan keadaan ini membutuhkan langkah-langkah seperti identifikasi masalah, asumsi, manipulasi dalam pembentukan model matematikanya. Pemodelan matematika yang di inginkan dapat berupa representasi matematika yang meliputi representasi verbal, visual dan simbolik / model. Representasi visual merupakan tahapan utama pemecahan masalah dalam aplikasi kalkulus integral untuk menetapkan batas integrasi suatu daerah.

Kata Kunci: pemecahan masalah, pemodelan matematika, aplikasi kalkulus integral

Cara Menulis Sitasi: Lusiana (2019). Pemecahan masalah melalui pemodelan matematika dalam aplikasi kalkulus integral. Dalam Darmawijoyo, et al. (Eds), *Modeling in Mathematics Instruction: The First Step towards Problem Solving*. Prosiding National Conference on Mathematics Education (NaCoME) 2019 (hal. 1 – 9). Palembang: Indonesia.

1. Pendahuluan

Kalkulus Integral merupakan bagian materi pembelajaran matematika yang bersifat analisa, materi dasar maupun aplikasi integral nya dipelajari di tingkat SMA juga di Perguruan Tinggi Aplikasi integral banyak ditemui dalam berbagai permasalahan, di antaranya dalam bidang matematika itu sendiri, fisika, biologi dan ekonomi dan lain-lain. Permasalahan yang di temui dalam kehidupan nyata, sering kali memerlukan berbagai konsep dalam pemecahannya, Pemecahan masalah yang di hubungkan dengan konsep yang ada dalam pembelajaran matematika memerlukan tahapan-tahapan sehingga sampai pada penyelesaian, kesimpulan maupun keputusan. Seperti yang dikatakan Polya bahwa pemecahan masalah sebagai suatu cara mencari jalan keluar dari suatu kesulitan guna mencapai tujuan yang tidak segera dapat di capai [1]. Selanjutnya McGivney dan DeFranco dalam [2] mengatakan pemecahan masalah meliputi dua aspek, yaitu masalah menemukan (problem to find) dan masalah membuktikan (problem to prove).

Pemecahan masalah menurut Utari dapat berupa menciptakan ide baru, menemukan teknik baru atau produk baru, Dalam Pembelajaran matematika [1] selain mempunyai arti khusus pemecahan masalah juga memiliki interpretasi yang berbeda, contohnya; menyelesaikan soal cerita yang tidak rutin dalam kehidupan sehari-hari. Dari beberapa pendapat tentang pemecahan masalah, dapat disimpulkan bahwa pemecahan masalah merupakan usahayata untuk mencari jalan keluar atau ide yang berkaitan dengan tujuan yang akan dicapai, serta merupakan proses kompleks yang menuntut seseorang untuk mengkoordinasikan pengalaman, pengetahuan dan pemahaman, serta instuisi dalam rangka memenuhi tuntutan dari suatu keadaan tertentu.

Untuk pemecahan masalah seseorang tidak dapat menyelesaikan atau memecahkan masalahnya secara langsung, perlu melibatkan ekspresi atau simbol matematika sesuai konsep maupun konteksnya. Dan ini artinya diperlukan kemampuan representasi matematika untuk memecahkan masalah. Karena dalam kemampuan representasi matematika ada 3 representasi yang dibutuhkan dalam menyelesaikan masalah yaitu representasi visual, representasi simbol, dan representasi verbal [3]. Dari hasil penelitian Lusiana & Ningsih [3] ditemukan bahwa kemampuan representasi matematika mahasiswa dalam pembelajaran Integral tentu khususnya pada representasi simbol atau ekspresi matematika pada membuat model matematika bernilai kurang (30,36), dan disarankan perlu kajian lebih lanjut untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa tentang pemodelan matematika.

Berdasarkan saran dari hasil penelitian tersebut, dalam makalah ini akan dibahas masalah

1. Bagaimana Pemecahan Masalah Melalui Pemodelan Matematika Dalam Aplikasi Kalkulus Integral?

2. Saat kapan pemodelan matematika menjadi tahapan pertama pemecahan masalah dalam Aplikasi kalkulus integral ?

Adapun tujuan penulisan makalah ini untuk:

1. Mendeskripsikan pemecahan masalah dalam aplikasi kalkulus Integral dengan menggunakan pemodelan matematika

2. Mendeskripsikan kapan tahapan pemodelan matematika menjadi tahapan pertama dalam pemecahan masalah aplikasi kalkulus integral

2. Metode

Metode dalam penulisan makalah ini menggunakan kajian literature, menggunakan contoh-contoh.

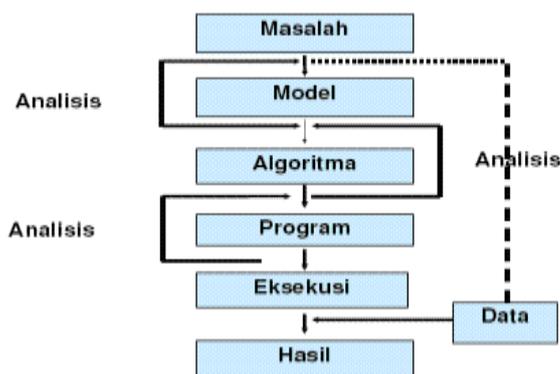
3. Hasil dan Pembahasan

Pemecahan masalah matematika merupakan bagian kegiatan untuk mencapai tujuan dalam pembelajaran matematika dengan kemampuan berfikir tingkat tinggi. Pemecahan masalah menurut Polya [1] sebagai suatu usaha mencari jalan keluar dari kesulitan guna mencapai suatu tujuan yang tidak segera dapat dicapai. Di tegaskan oleh Utari dalam [4] bahwa pemecahan masalah dapat berupa menciptakan ide baru, menemukan teknik atau produk baru, selanjutnya McGivney dan DeFranco [2] mengatakan bahwa pemecahan masalah meliputi dua aspek, yaitu masalah menemukan (problem to find) dan masalah membuktikan (problem to prove). Dari kedua pendapat tersebut jika kita tinjau dari kegiatan yang ada dalam pembelajaran matematika maka pemecahan masalah dapat memiliki interpretasi yang berbeda, contohnya menyelesaikan soal cerita atau soal yang tidak rutin dalam kehidupan sehari-hari.

Pemecahan masalah merupakan suatu proses kompleks yang menuntut seseorang untuk mengkoordinasikan pengalaman, pengetahuan, pemahaman, dan intuisi dalam rangka memenuhi tuntutan dari suatu situasi. Jadi jika seseorang siswa ataupun mahasiswa dihadapkan dengan suatu permasalahan atau persoalan yang berbentuk soal cerita atau soal tidak rutin, maka memerlukan tahapan-tahapan ataupun beberapa pengetahuan maupun pemahaman untuk sampai pada penyelesaian akhir.

Proses pemecahan masalah matematika dapat digambarkan sebagai tahapan penyelesaian masalah sebagai berikut:

TAHAP PENYELESAIAN MASALAH



Gambar 1. Tahapan penyelesaian masalah

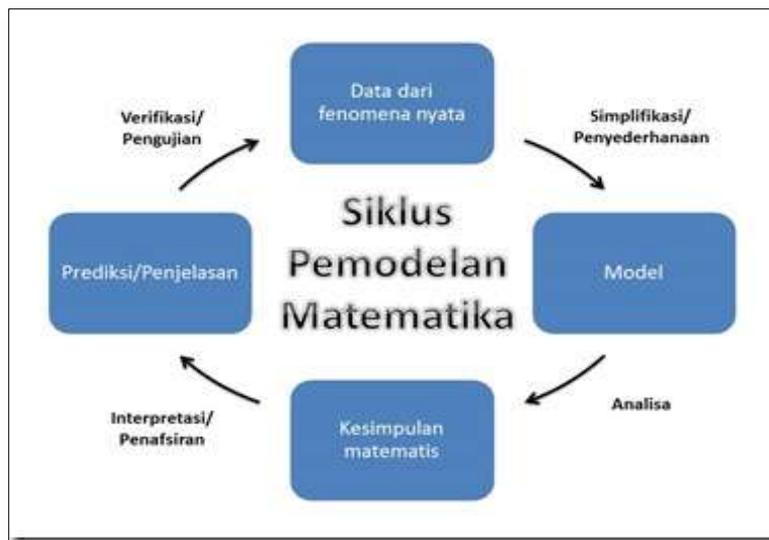
Dari gambar 1 di atas setelah masalah kemudian dilanjutkan tahap model atau pemodelan, karena pemecahan masalah yang dibahas dalam makalah ini masalah dalam matematika khususnya masalah aplikasi kalkulus integral, maka pemodelan yang dimaksud pemodelan matematika. Menurut Prayudi mengatakan Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha untuk mempresentasikan dan menjelaskan sistem-sistem fisik atau problem pada dunia real dalam pernyataan matematika sehingga diperoleh pemahaman dari problem dunia real ini menjadi lebih tepat.[5]

Model didefinisikan sebagai suatu representasi dalam bahasa tertentu dari suatu sistem yang nyata. Ackoff, et al dalam [11] mengatakan bahwa model dapat dipandang dari tiga jenis kata yaitu sebagai kata benda, kata sifat dan kata kerja. Sebagai kata benda, model berarti representasi atau gambaran, sebagai kata sifat model adalah ideal, contoh, teladan dan sebagai kata kerja model adalah Menurut, memperagakan, mempertunjukkan. Dalam pemodelan, model akan dirancang sebagai suatu penggambaran operasi dari suatu sistem nyata secara ideal dengan tujuan untuk menjelaskan atau menunjukkan hubungan-hubungan penting yang terkait

Selanjutnya sebagai kata benda model merupakan representasi atau gambaran, representasi sendiri diperlukan dalam pemecahan masalah matematika yang meliputi representasi visual, simbolik dan representasi verbal. Jika dikaitkan dengan pendapat Polya [1] bahwa untuk mempermudah memahami dan menyelesaikan suatu masalah, terlebih dahulu masalah tersebut disusun menjadi masalah-masalah sederhana, lalu dianalisis (mencari semua kemungkinan langkah-langkah yang akan ditempuh), kemudian dilanjutkan dengan proses sintesis (memeriksa kebenaran setiap langkah yang dilakukan).[6]

Pemodelan Matematika

Dalam proses pemecahan masalah ada tahap pemodelan didalamnya seperti terlihat dalam gambar 2 berikut



Gambar 2. Siklus pemodelan matematika

Dari gambar 2 dapat di jelaskan bahwa tahapan –tahapan pemodelan matematika sebagai berikut

1. Mengenali dan menamai variable bebas dan tak bebas serta membuat asumsi-asumsi seperlunya untuk menyederhanakan fenomena sehingga membuatnya dapat ditelusuri secara matematika.
2. Menerapkan teori matematika yang telah diketahui pada model matematika yang telah dirumuskan guna mendapatkan kesimpulan matematikanya.
3. Mengambil kesimpulan matematika tersebut dan menafsirkannya sebagai informasi yang berkaitan dengan permasalahan yang dimodelkan dengan cara memberikan penjelasan atau membuat perkiraan.
4. Menguji perkiraan terhadap data riil. Jika perkiraan yang kita buat tidak sebanding dengan kenyataan, maka model yang didapat perlu diperhalus atau merumuskan model baru dan memulai daur kembali. Bisa juga dengan memperbaiki asumsi-asumsi yang diberikan.[7]

Pemodelan matematis serta istilah model mempunyai beberapa interpretasi dalam kehidupan sehari-hari. Perbedaan antara pemodelan dan model adalah analogi dengan perbedaan antara proses dan produk. Model matematis merupakan produk akhir yang dapat berbentuk representasi abstrak, simbolik, atau fisik dari proses pemodelan situasi yang problematis. Proses pemodelan matematis melalui beberapa tahap yaitu: (1) dimulai dari penyajian situasi masalah dalam dunia nyata, kemudian (2) dengan menginterpretasi, menyederhanakan, dan menstrukturisasi, diperoleh formula (rumusan) masalah, selanjutnya (3) melalui matematisasi masalah diperoleh rumusan masalah matematis yang disebut pula model matematis, kemudian (4) dengan menyelesaikan masalah dihasilkan solusi model matematis, dan selanjutnya (5) dengan menginterpretasi solusi akhirnya diperoleh terapan model untuk pengambilan keputusan. [1] Dalam tiap tahap proses (pemodelan) seseorang dituntut mampu merepresentasikan pikirannya secara lisan atau tulisan dalam bentuk grafik, diagram, tabel, atau bentuk lainnya. Dengan kata lain, kelima tahap pemodelan matematis di atas menggambarkan bahwa dalam membangun model matematis terlibat proses-proses strukturisasi, matematisasi, interpretasi, menemukan solusi, memvalidasi model, menganalisis dan mengkomunikasikan model, serta mengendalikan model dalam Dorier[7]. Dengan memperhatikan proses-proses yang terlibat dalam pemodelan matematis dapat disarikan bahwa kemampuan pemodelan matematis merupakan bagian dari kemampuan matematis yang sangat esensial untuk pencapaian pemahaman matematis yang bermakna

Aplikasi kalkulus Integral

Purcell dalam [8] mengatakan dua masalah dari geometri memotivasi dua pemikiran terbesar dalam kalkulus yaitu masalah garis singgung membawa kita kepada turunan, masalah luas akan membawa kita kepada integral tertentu. Selanjutnya dikatakan integral tentu dapat digunakan untuk menghitung luas tidaklah mengherankan, karena integral diciptakan untuk keperluan itu, tetapi

penggunaan integral berlanjut jauh di luar penerapan itu. Sepertihalnya pada masalah volume benda pejal, lempengan, cakram dan cincin, juga pada masalah volume benda putar.

Permasalahan yang sering di temukan dalam aplikasi atau penggunaan Integral khususnya integral tentu yaitu saat menetapkan batas integrasi ,seperti halnya pedapat Nursyahidah & Albab yang mengatakan bahwa mahasiswa kesulitan dalam menentukan batas atas dan batas bawah dari suatu integral[9] juga mengatakan bahwa mahasiswa kurang mampu dalam melakukan representasi matematis pada topik integral tentu, selanjut nya ditemukan dari hasil penelitian Lusiana & ningsih bahwa kemampuan representasi matematis pada indicator membuat model matematika ,nilai rata-rata yang diperoleh mahasiswa dalam kategori kurang [3]. Dari pendapat-pendapat serta temuan penelitian yang telah dilakukan timbul pertanyaan bagaimana mengatasi kesulitan dalam mengaplikasikan kakulus integral terutama pada masalah luas dan volume.?dan bagaimana pemodelan matematika digunakan dalam pemecahan masalah pada aplikasi kalkulus integral?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut kita hubungkan tahapan penyelesaian masalah gambar 1 dengan siklus pemodelan pada gambar 2 serta lima langkah cara berfikir yang membantu dalam pemecahan masalah menggunakan integral . berikut ini Purcell dalam [8]: menyebutkan lima langkah cara befikir untuk kembali kedefenisi luas dan integral tentu:

Langkah 1: Gambarlah daerah yang bersangkutan

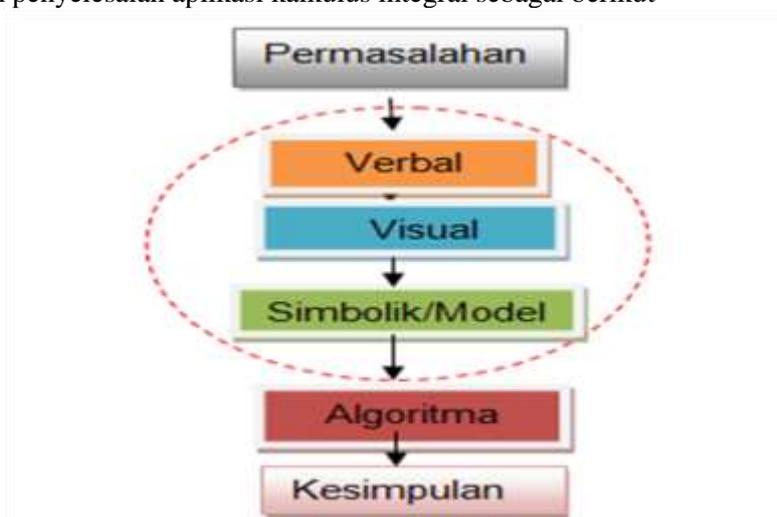
Langkah 2: Irislah Menjadi Irisan-irisan kecil ; berilah label pada suatu irisan tertentu.

Langkah 3: Hampiri luas irisan tertentu ini, dengan menganggapnya berupa sebuah segi empat

Langkah 4: ..Jumlahkanlah hampiran-hampiran tersebut.

Langkah 5: Ambillah limit dengan lebar masing-masing irisan mendekati nol, sehingga diperoleh suatu integral tentu[8]

Dari langkah-langkah yang disebutkan diatas jika di hubungkan dengan gambar 1 dan gambar 2 ternyata kegiatan penyelesaian masalah dalam aplikasi Integral diawali dengan visualisasi dilanjutkan pemodelan matematikanya. Halini jika soal pemecahan masalahnya berbentuk soal cerita, tetapi jika permasalahannya dinyatakan dalam gambar ataupun sudah dalam bentuk visualisasi maka penyelesaiannya dapat dimulai dengan pemodelan matematika, jika digambarkan pemodelan matematika dalam penyelesaian aplikasi kalkulus integral sebagai berikut



Gambar 3. Pemecahan masalah melalui pemodelan matematika dalam Aplikasi Kalkulus Integral

Dari gambar 3, menyelesaikan aplikasi Kalkulus Integral ,prosedur penyelesaiannya dimulai dengan mempresentasikannya dalam bentuk verbal untuk menterjemahkan sesuatu yang diamati ke dalam masalah matematika , selanjutnya diterjemahkan dalam bentuk visualisasi, dapat berupa gambar, grafik ataupun table, selanjutnya setelah diamati dilakukan penterjemahan dengan menggunakan bentuk simbolik(model) ataupun representasi formula atau rumusan matematika, lalu dilakukan analisa dengan algoritma dan didapat kesimpulan.

Prosedur pemecahan masalah aplikasi kalkulus integral, akan langsung pada langkah representasi simbolik/ Model jika permasalahan di tampilkan di awal berupa visual. Permasalahan dapat berupa soal-soal dalam bentuk cerita, dapat berbentuk visual berupa grafik gambar atau pun table .

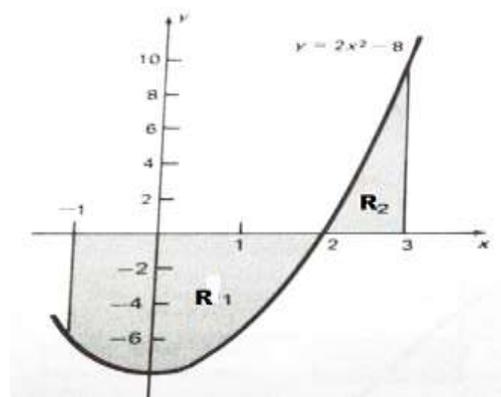
Berikut contoh permasalahan dalam Aplikasi kalkulus integral

Hitunglah luas daerah R yang di batasi oleh kurva $y = 2x^2 - 8$, sumbu x, garis $x = -1$ dan $x = 3$!, untuk menyelesaikan masalah dilakukan beberapa langkah sebagai berikut;

Diketahui : daerah R di batasi satu kurva, dan 3 buah garis

Ditanya : Luas daerah R !

Jawab : berikut sketsa daerah R dalam grafik



Gambar 4. Luas daerah R = R1+ R2

Setelah melihat posisi daerah R , kita dapat menggunakan integral untuk menghitungnya. Tentu kita perlu menggunakan sifat – sifat luas daerah seperti yang dikatakan oleh Purcell dalam [8] diantaranya luas sebuah daerah rata adalah bilangan riil tak negatif , luas dari gabungan dua daerah yang hanya berimpit menurut satu ruas garis sama dengan jumlah luas kedua daerah tersebut[8]. Berikut perhitungan luas daerah R menggunakan Integral tentu.

Pada gambar 4. daerah R berada di bawah sumbu X dan di atas sumbu X , maka untuk yang di bawah sumbu x , kita harus positifkan (atau dibalik batas Integrasinya) karena tidak ada luas bernilai negatif

$$\begin{aligned}
 \text{Luas daerah R} &= R_1 + R_2 \\
 &= -\int_{-1}^2 (2x^2 - 8)dx + \int_2^3 (2x^2 - 8)dx \\
 &= -\left[\frac{2}{3}x^3 - 8x\right]_{-1}^2 + \left[\frac{2}{3}x^3 - 8x\right]_2^3 \\
 &= -\left[\left(\frac{16}{3} - 16\right) - \left(-\frac{2}{3} + 8\right)\right] + \left[(18-24) - \left(\frac{16}{3} - 16\right)\right] \\
 &= -\left(\frac{18}{3} - 24\right) + \left(10 - \frac{16}{3}\right) \\
 &= 34 - \frac{34}{3} \\
 &= \frac{102-34}{3} \\
 &= \frac{68}{3} \\
 &= 22\frac{2}{3} \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

Jadi luas daerah R yang di maksud besarnya = $22\frac{2}{3}$ satuan luas

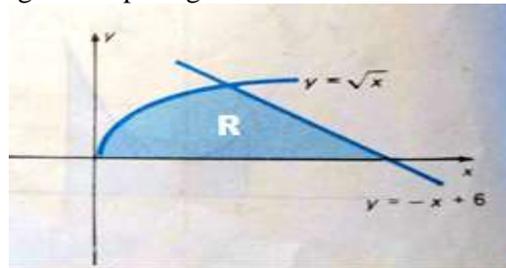
Tetapi jika kita melakukan penyelesaian tanpa melakukan representasi ataupun pemodelan matematika terlebih dahulu , kita akan mendapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Luas daerah R adalah } & \int_{-1}^3 (2x^2 - 8) dx = \left[\frac{2}{3}x^3 - 8x \right]_{-1}^3 \\
 & = \left(\frac{2}{3}(3)^3 - 8(3) \right) - \left(\frac{2}{3}(-1)^3 - 8(-1) \right) \\
 & = (18 - 24) - \left(-\frac{2}{3} + 8 \right) \\
 & = -6 + \frac{2}{3} - 8 \\
 & = -14 + \frac{2}{3} \\
 & = -\frac{40}{3} \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

Hasilnya negatif, dan ini tidak sesuai atau bertentangan dengan sifat-sifat luas daerah

Dari contoh yang diberikan dapat di tarik kesimpulan bahwa pemecahan masalah dalam aplikasi kalkulus integral tidak tepat jika dilakukan tanpa representasi ataupun pemodelan matematika, dan pemodelan matematika jika permasalahannya berupa soal seperti pada contoh, dimulai dengan memvisualisasikan kemudian dilanjutkan dengan menggunakan simbolik. Tetapi apabila permasalahannya berupa visualisasi, maka pemecahannya dimulai dengan menterjemahkan masalah visualisasi ke dalam model matematika . seperti contoh berikut:

Tentukanlah luas daerah R yang diarsir pada gambar berikut



Gambar 5. R dibatasi 1 kurva dan 2 garis

Untuk menyelesaikan permasalahan ini kita gunakan aplikasi kalkulus integral.

Diketahui : Daerah R di batasi kurva $y = \sqrt{x}$, garis $y = -x + 6$ dan sumbu x

Ditanya : Luas daerah R ?

Jawab : jika di lihat gambar pada soal, penyelesaiannya dimulai dengan menetapkan titik titik potong kurva dan garis , serta titik potong terhadap sumbu x , untuk mendapatkan batas integrasi nya.

Titik potong kurva $y = \sqrt{x}$ dengan garis $y = -x + 6$ di peroleh (4,2) dan titik potong kurva dengan sumbu x atau garis $y = 0$ di peroleh titik (0,0) , serta titik potong garis $y = -x + 6$ dengan sumbu x diperoleh (6,0). Dari gambar 5, memungkinkan ada dua model yang dapat di gunakan untuk menyelesaikannya, pertama luas daerah di pandang dari sumbu x dan yang ke dua dari sumbu y.

Jika luas dipandang dari sumbu x , maka luas daerah R, diperoleh dengan menjumlahkan daerah dengan interval $(0 \leq x \leq 4)$ dan $(4 \leq x \leq 6)$, sedang kan jika dipandang dari sumbu y interval daerah yang di hitung adalah $(0 \leq y \leq 2)$

Model I : Luas daerah R = $\int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 (-x + 6) dx$ dipandang dari sumbu x

Model II : Luas daerah R = $\int_0^2 [(-y + 6) - y^2] dy$ di pandang dari sumbu y

Model I	Model II
$ \begin{aligned} \text{Luas daerah R} &= \int_0^4 \sqrt{x} dx + \int_4^6 (-x + 6) dx \\ &= \left[\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_0^4 + \left[-\frac{x^2}{2} + 6x \right]_4^6 \\ &= \left(\frac{16}{3} - 0 \right) + \left[(-18 + 36) - (-8 + 24) \right] \\ &= \frac{16}{3} + (18 - 16) \end{aligned} $	$ \begin{aligned} \text{Luas daerah R} &= \int_0^2 [(-y + 6) - y^2] dy \\ &= \left[-\frac{1}{2}y^2 + 6y - \frac{1}{3}y^3 \right]_0^2 \\ &= \left(-2 + 12 - \frac{8}{3} \right) - 0 \\ &= 10 - \frac{8}{3} \end{aligned} $

$= \frac{16}{3} + 2$ $= \frac{22}{3} \text{ satuan luas}$	$= \frac{22}{3} \text{ satuan luas}$
-----------------------------------------------------------	--------------------------------------

Disimpulkan bahwa luas daerah R yang dicari adalah $\frac{12}{3}$ satuan luas

Jadi dari beberapa contoh yang di sajikan serta beberapa teori yang di kemukakan dalam memecahkan masalah melalui pemodelan matematika dalam aplikasi kalkulus integral, dapat dilakukan dengan merepresentasi visualkan dari permasalahan, kemudian dilanjutkan representasi simbol atau model serta perhitungan dengan algoritma kemudian disimpulkan. Dari contoh-contoh tersebut juga disimpulkan bahwapemodelan matematika menjadi tahapan pertama dalam pemecahan masalah aplikasi kalkulus integral jika data permasalahan sudah berupa representasi visual. Karena untuk memahami permasalahan dalam aplikasi kalkulus Integral diperlukan gambar ataupun grafik untuk dapat menetapkan batas-batas integrasi. Keadaan ini didukung pendapat Setiawati yang mengatakan alasan pembuatan model karena model merupakan pengganti teori ataupun sebagai koreksi / klarifikasi terhadap teori yang sudah ada. Ditinjau secara manajerial model merupakan alat bantu dalam proses pengambilan keputusan, alat komunikasi, dan alat bantu dalam memecahkan masalah[10]. Oleh karena itu pemodelan matematika dalam aplikasi kalkulus integral dapat membantu proses pemecahan masalah

Siregar dalam setiawati mengemukakan beberapa karakteristik suatu model yang baik sebagai ukuran untuk mencapai tujuan disusunnya suatu model, yaitu: a. mempunyai tingkat generalisasi yang tinggi ; makin tinggi derajat generalisasi suatu model maka makin baik karena kemampuannya untuk memecahkan masalah makin besar[10] similarity.

4. Kesimpulan

Berdasarkan kajian literature dan kajian hasil penelitian serta contoh-contoh yang diberikan dalam makalah ini, dapat disimpulkan bahwa pemodelan matematika dalam memecahkan permasalahan dalam aplikasi kalkulus integral dapat dilakukan dengan mempresentasikan permasalahan kedalam bentuk verbal, visual dan simbolik/ model matematika lalu dilakukan perhitungan dengan Algoritma dan akhir didapat suatu kesimpulan dari pemecahan masalah. Khususnya model matematika yang di gunakan dalam aplikasi kalkulus integral untuk permasalahan luas daerah dapat ditinjau dari dua arah atau pandangan, yaitu dari sumbu X atau dari sumbu Y.

Pemodelan matematika menjadi tahapan pertama pemecahan masalah dalam Aplikasi kalkulus integral jika permasalahannya telah disajikan dalam bentuk visual.sehingga setelah memahami bentuk visual dari permasalahan lalu model matematikanya dapat dibuat.

5. Referensi

- [1] Polya G 1985 How to Solve it : A New Aspect of Mathematical Method (New Jersey:Princeton University Press
- [2] McGivneyJM&DeFrancoTC1995Geometryproofwriting:aproblem-solving approach ala polyaTheMathematicsTeacher887 p 552–555
- [3] Lusiana & ningsih (2018). Student Mathematical Representation Ability Through implemantion of maple Jurnal Invinity72 p 155-164
- [4] Kurniawan Y 2016Peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematik siswa melalui pembelajaran dengan menggunakan metode drill Jurnal Penelitian Pendidikan dan Pengajaran Matematika21 p 75–86
- [5] Prayudi2006Kalkulus Fungsi Satu Variabel (Jakarta:GrahaIlmu)
- [6] Faozi A 2016 Mengenal Pemodelan Matematika ([https://caramudahbelajarmatematika.com/mengenal-pemodelan- matematika/](https://caramudahbelajarmatematika.com/mengenal-pemodelan-matematika/))

- [7] Dorier J 2004 An Introduction to Mathematical modeling: An Experiment with Students in Economics (<http://cerme4/es/Papers%20definitious/13/dorier.pdf>.)
- [8] Susila I N 2004 Kalkulus Jilid 1 Jakarta: Erlangga
- [9] Nursyahidah F & Albab 2017 Peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematis mahasiswa Jurnal Mosharafa 6 1
- [10] Setiawati E P 2009 Penyusunan Model (http://pustaka.unpad.ac.id/wp-content/uploads/2009/09/penyusunan_model.pdf, diakses 10 September 2019)